

אנליזה וקטורית

פרק 16 - משפט סטוקס (גרין במרחב)

תוכן העניינים

- | | |
|---------|---------------|
| 1 | 1. משפט סטוקס |
|---------|---------------|

משפט סטוקס

שאלות

בשאלות 1-3 בדקו שמשפט סטוקס אכן מתקיים.

כלומר, חשבו את האינטגרל $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, ואת האינטגרל $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$.

והראו שהם שווים זה לזה (ראו הערה סימן בעמוד הבא).

$$\text{1. } S \text{ חלק הפרaboloid } z = 4 - x^2 - y^2, \text{ שבו } 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2; \mathbf{F} = 2z\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} + 5y\mathbf{k}$$

$$\text{2. } S \text{ הוא שפת חצי כדור שמרכזו}$$

בראשית, רדיוסו 4 והוא נמצא מעל המישור xy .

$$\text{3. } S \text{ הוא משטח התחום בשמינית הראשונה,}$$

החסום על ידי המישורים $2x + z = 6$, $y = 2$, ושיינו כולל

א. במישור xy .

ב. במישור yz .

ג. במישור xz .

$$\text{4. } C \text{ עקומה בצורת מלבן}$$

מ-(-1,0,0), (-1,3,3) ומשם ל-(0,0,0), (0,3,3).

$$\text{5. } C \text{ אינטגרל } \oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}, \text{ כאשר}$$

$\mathbf{F} = (x + y^2)\mathbf{i} + (y + z^2)\mathbf{j} + (z + x^2)\mathbf{k}$, ו- C היא שפת המשולש, שקודדיו הם (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1).

וביוונה הפוך לכיוון השעון (במבט מלמעלה, מהכיוון החיובי של ציר $-z$).

$$\text{6. } S \text{ הוא החלק של}$$

$\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$, כאשר S הילס $x^2 + y^2 = 1$, הכלוא בתחום $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, ומעל למישור xy .

7) חשבו את $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$, כאשר $\mathbf{F} = (x-z)\mathbf{i} + (x^3 + yz)\mathbf{j} - 3xy^2\mathbf{k}$
 ו- S הוא משטח החגורות $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$, מעל למישור- xy .

הערת סימון

לפי סטוקס, בהינתן שדה וקטורי $\mathbf{F}(x, y, z) = f(x, y, z)\mathbf{i} + g(x, y, z)\mathbf{j} + h(x, y, z)\mathbf{k}$

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\text{curl } \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS \quad \text{מתקיים:}$$

ניסוחים נוספים של משפטי סטוקס:

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\text{curl } \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\text{Rot } \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint_C f dx + g dy + h dz = \iint_S ((h_y - g_z)\mathbf{i} + (f_z - h_x)\mathbf{j} + (g_x - f_y)\mathbf{k}) \cdot \mathbf{n} dS$$

תשובות סופיות

- | | | | |
|--------|-------|-------|----------------------------|
| ג. -18 | ב. -9 | א. -6 | (1) 12π |
| | | | (2) -16π |
| | | | (3) הערך המשותף הוא: A . |
| | | | (4) -90 |
| | | | (5) -1 |
| | | | (6) 0 |
| | | | (7) 12π |